

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Новикова Оксана Николаевна

Должность: И.о.директора

Дата подписания: 30.05.2023 16:57:40

Уникальный программный ключ:

4c2b0c3960daea802be4f55b48e6a26853e16c9f7b89a31922fad6efb616f0f1

Министерство образования Ставропольского края

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Ставропольский государственный педагогический институт»

Кафедра математики, информатики и цифровых образовательных технологий

**Программа
общеобразовательного вступительного испытания по предмету
«МАТЕМАТИКА»**

«Разработано»

доцент кафедры математики,
информатики и цифровых
образовательных технологий

канд. пед. наук, доцент

 Е.В. Потехина

«Утверждено»

на заседании кафедры математики,
информатики и цифровых
образовательных технологий

протокол № 7 от «21» февраля 2023 г.
зав. кафедрой канд. пед. наук, доцент

 К.А. Киричек

Ставрополь, 2023

Пояснительная записка

Программа общеобразовательного вступительного испытания по математике предназначена для подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для участия в конкурсном отборе на обучение по основным образовательным программам бакалавриата, реализуемым в ГБОУ ВО СГПИ.

Программа дает представление об основных требованиях, предъявляемых к уровню математической подготовки поступающих. В программе содержится информация о структуре, объеме и особенностях содержания экзаменационных материалов, о формах проверочных заданий и критериях оценки их выполнения. В ней приводится перечень основных теоретических вопросов проверяемого учебного материала. Указывается, какими математическими знаниями, умениями должен владеть поступающий при выполнении заданий общеобразовательного вступительного испытания.

Структура заданий общеобразовательного вступительного испытания по математике приближена к структуре контрольно-измерительных материалов по математике единого государственного экзамена (профильный уровень).

В экзаменационной работе представлены задания с кратким свободным ответом в виде некоторого целого числа или конечной десятичной дроби. Каждый вариант экзаменационной работы включает в себя 16 заданий, различающихся уровнем сложности.

На выполнение экзаменационной работы отводится 2 часа (120 минут).

Содержание заданий общеобразовательного вступительного испытания

Содержание заданий общеобразовательного вступительного испытания по математике полностью соответствует обязательным требованиям к математической подготовке выпускников средней школы по курсу математики для среднего (полного) общего образования.

Типы всех заданий общеобразовательного вступительного испытания приведены в соответствии с терминологией и символикой, принятой в школьном курсе математики.

В результате изучения основных разделов математики на уровне среднего (полного) общего образования поступающий должен:

знать:

- определение и свойства степени с натуральным, целым и рациональным показателями;
- формулы корней квадратного уравнения;
- формулы сокращенного умножения;
- основные способы решения уравнений с одной переменной и систем двух линейных уравнений с двумя переменными;
- определения и свойства основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических;
- основные свойства числовых неравенств;
- основные способы тождественного преобразования алгебраических, показательных, степенных, логарифмических и тригонометрических выражений;
- методы решения алгебраических, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств с одной переменной;
- определения и характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессий;
- численные значения синуса, косинуса и тангенса некоторых углов;
- формулы преобразования тригонометрических функций;
- определение производной и формулы производных основных элементарных функций;

- определение первообразной функции;
- понятие неопределенного интеграла;
- свойства первообразной;
- геометрический и физический смысл производной;
- геометрический смысл неопределенного интеграла;
- признаки параллельности прямых;
- свойства равнобедренного треугольника;
- свойства точек, равноудаленных от концов отрезка;
- признаки параллелограмма;
- свойства касательной к окружности;
- свойства окружности, вписанной в треугольник и описанной около него;
- свойства окружности, описанной около многоугольника;
- свойства и измерение углов, вписанных в окружность;
- признаки подобия треугольников;
- теорему Пифагора;
- формулы площадей плоских фигур;
- признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости;
- признаки перпендикулярности двух плоскостей; понятие двугранного и линейного угла;
- формулы вычисления площадей поверхностей и объемов правильных многогранников, фигур вращения;
- комбинаторные формулы;
- классическое определение вероятности.

Уметь:

- правильно употреблять термины, связанные с видами и способами записи: натуральное, целое, рациональное, иррационально число, обыкновенная и десятичная дробь;
- переходить от одной формы записи к другой (например, представлять десятичную дробь в виде обыкновенной; обыкновенную – в виде десятичной; проценты - в виде десятичной дроби);
- изображать числа точками на координатной прямой, понимать связь отношений «больше», «меньше» с расположением точек на числовой прямой;
- выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями, переводить одни единицы измерения величин в другие;
- сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора);
- выполнять основные алгебраические действия над степенями, одночленами, многочленами и рациональными дробями;
- выполнять тождественные преобразования алгебраических, иррациональных и степенных выражений;
- пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- иллюстрировать основные свойства функций с помощью графиков и множества точек на координатной плоскости, заданных уравнениями и неравенствами;
- изображать геометрические фигуры на чертеже;
- строить сечения и выполнять дополнительные построения;
- пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;
- изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения;
- строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.

Владеть:

- приемами разложения многочленов на множители (вынесения общего множителя за скобки, группировки по формулам сокращенного умножения);
- техникой тождественных преобразований многочленов, дробно-рациональных выражений, содержащих степенные функции;
- техникой доказательства тождеств и неравенств;
- методами исследования и решения алгебраических, показательных, степенных, логарифмических, тригонометрических уравнений, неравенств и систем (в том числе с параметрами);
- способами решения текстовых задач на составление уравнений;
- методами исследования взаимного расположения фигур на плоскости и в пространстве;
- пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
- графическими методами решения алгебраических уравнений и неравенств;
- техникой построения графиков функций.

Общие требования к уровню подготовки абитуриента

Перечень основных математических понятий, проверяемых на общеобразовательном вступительном испытании

Выражения и преобразования

1. Числовые выражения.
2. Алгебраические выражения.
3. Иррациональные выражения.
4. Степенные выражения.
5. Логарифмические выражения.
6. Тригонометрические выражения.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессия.

Уравнения и неравенства, система уравнений и неравенств

1. Линейные уравнения и неравенства.
2. Квадратные уравнения и неравенства.
3. Иррациональные уравнения и неравенства.
4. Показательные уравнения и неравенства.
5. Логарифмические уравнения и неравенства.
6. Тригонометрические уравнения.
7. Системы уравнений.
8. Текстовые задачи.

Числовые функции и их свойства

1. Степенные функции.
2. Показательная функция.
3. Логарифмическая функция.
4. Тригонометрические функции.
5. Производная и первообразная функции.

Геометрические фигуры и их свойства. Измерения геометрических величин

1. Треугольник: виды треугольников; его медиана, биссектриса, высота.
2. Правильные многоугольники: параллелограмм, квадрат, ромб, трапеция.

3. Окружность. Касательная к окружности и ее свойства. Центральный и вписанные углы.
4. Окружность, вписанная в треугольник или описанная около треугольника.
5. Многогранники: призма, пирамида, конус. Их различные сечения.
6. Тела вращения.
7. Комбинации тел.

Оценка выполнения заданий и работы в целом

На вступительном испытании устанавливается 100-балльная итоговая шкала оценок. Выставленная оценка не может быть дробным числом.

Задания оцениваются разным количеством баллов, в зависимости от их типа.

На основе результатов выполнения всех заданий экзамена определяется итоговый балл по 100-балльной шкале.

Критерии оценки общеобразовательного вступительного испытания

За правильно решенные задания абитуриент получает:

- с 1 по 14 задание – по 6 баллов;
- с 15 по 16 задание – по 8 баллов.

Шкала оценки

Оценка «отлично» (от 80 до 100 баллов).

Оценка «хорошо» (от 56 до 79 баллов).

Оценка «удовлетворительно» (от 39 до 55 баллов).

Оценка «неудовлетворительно» предполагает получение абитуриентом менее 39 баллов.

Записи на черновиках к экзаменационной работе не проверяются.

Рекомендуемая литература для подготовки к общеобразовательному вступительному испытанию

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачёва М.В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. М.: АО «Издательство «Просвещение», 2022.

2. Атанасян Л.С. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10-11 классы. Базовый и углублённый уровни. М.: АО «Издательство «Просвещение», 2022.

3. Мамонтова Г.Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ. М.: Издательство Попурри, 2022.

4. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е. Математика. Геометрия. М.: ООО Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ», 2022.

5. Муравин Г.К., Муравина О.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. М.: ООО «ДРОФА», 2022.

6. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. М.: АО «Издательство «Просвещение», 2022

7. Роганин А. Н. ЕГЭ. Математика. Пошаговая подготовка. Издательство ЭКСМО, 2022.

8. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. М.: ООО Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ», 2022.

**ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ
«МАТЕМАТИКА»**

Демонстрационный вариант с решениями

Ответами к заданиям являются целые числа или конечные десятичные дроби, которые необходимо записать на листе своей экзаменационной работы.

Задание 1. В школе есть трехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 20 человек?

Решение.

Разделим 20 на 3: $20:3=6,(6)$.

Значит, в поход нужно взять 7 палаток.

Ответ: 7.

Задание 2. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) объём воды в Азовском море
- Б) объём ящика с инструментами
- В) объём грузового отсека транспортного самолёта
- Г) объём бутылки растительного масла

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 150 м^3
- 2) 1 л
- 3) 76 л
- 4) 256 км^3

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

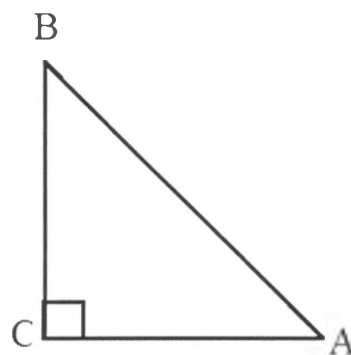
А	Б	В	Г

Решение.

Упорядочим от большего к меньшему: объем воды в Азовском море огромен и вполне может быть 256 км^3 , объем грузового отсека транспортного самолета около 150 м^3 , объем ящика с инструментами ориентировочно 76 л, объем бутылки растительного масла обычно литр. Получили соответствие: А — 4, Б — 3, В — 1, и Г — 2. Окончательно получим: 4312.

Ответ: 4312.

Задание 3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, Найдите AB .



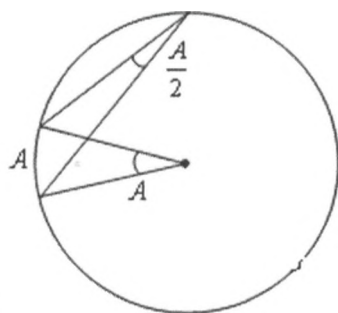
Решение.

По определению косинуса:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{4}{0,5} = 8.$$

Ответ: 8.

Задание 4. Найдите центральный угол AOB , если он на больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть центральный и вписанный угол опираются на дугу A градусов. Центральный угол равен дуге, на которую он опирается, а вписанный равен её половине, поэтому их величины равны соответственно A и $0,5A$ градусов. Тогда $A - 0,5A = 15^\circ$, откуда $A = 30^\circ$.

Ответ: 30.

Задание 5. Площадь прямоугольника равна 18. Найдите его большую сторону, если она на 3 больше меньшей стороны.

Решение.



Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину. Пусть одна из сторон прямоугольника равна a , тогда вторая равна $a + 3$. Поэтому $S = a \cdot (a + 3) = 18$, получаем $a^2 + 3a - 18 = 0$. Решая квадратное уравнение, получаем, что $a = 3$. Тогда большая сторона будет равна 6.

Ответ: 6.

Задание 6. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Решение.

Всего насосов $2982 + 18 = 3000$, из них 18 неисправны, поэтому вероятность случайно выбрать неисправный насос равна

$$\frac{18}{3000} = \frac{6}{1000} = 0,006.$$

Ответ: 0,006.

Задание 7. Решите уравнение $(x - 6)^2 = -24x$.

Решение.

Используем формулы квадрата суммы и разности:

$$(x - 6)^2 = -24x \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = -24x \Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -6.$$

Ответ: -6.

Задание 8. Найдите корень $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$ уравнения

Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x - 8 = 2 \Leftrightarrow x = 10.$$

Ответ: 10.

Задание 9. Найдите корень уравнения

$$\log_5(4+x) = 2.$$

Решение.

Последовательно получаем:

$$\log_5(4+x) = 2 \Leftrightarrow 4+x = 5^2 \Leftrightarrow 4+x = 25 \Leftrightarrow x = 21.$$

Ответ: 21.

Задание 10. Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6}.$$

Решение.

Выполним преобразования:

$$\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6} = \left(\frac{18}{7} - \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{35}{6} = \frac{18}{7} \cdot \frac{35}{6} - \frac{6}{5} \cdot \frac{35}{6} = 15 - 7 = 8.$$

Ответ: 8.

Задание 11.

Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3} = \frac{20 \cdot 0,6}{3} = 4.$$

Ответ: 4.

Задание 12. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Решение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0,965 = 0,035$.

Ответ: 0,035.

Задание 13. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

Решение.

Виноград содержит 10% питательного вещества, а изюм — 95%. Поэтому 20 кг изюма содержат $20 \cdot 0,95 = 19$ кг питательного вещества. Таким образом, для получения 20 килограммов изюма требуется $19 \cdot 0,1 = 190$ кг винограда.

Ответ: 190.

Задание 14. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.

Решение.

Пусть ребро куба равно a , тогда площадь поверхности куба $S = 6a^2$.

а диагональ куба $d = a\sqrt{3}$.

Тогда

$$d = \sqrt{3} \sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{3 \cdot S}{6}} = \sqrt{\frac{S}{2}} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: 3.

Задание 14. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила

давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

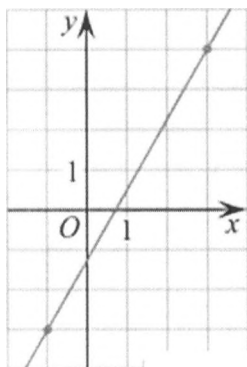
Решение.

Задача сводится к решению неравенства $P(v) \geq 0$ при заданной длине верёвки $L = 0,4$ м:

$$P \geq 0 \Leftrightarrow m \left(\frac{v^2}{L} - g \right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{v^2}{0,4} - 10 \geq 0 \Leftrightarrow v^2 \geq 4 \Leftrightarrow v \geq 2 \text{ м/с}.$$

Ответ: 2.

Задание 15. На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-5)$.



Решение.

Заметим, что для линейной функции

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_3) - f(x_4)}{x_3 - x_4} = k,$$

Тогда,

$$\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{f(-1) - f(-5)}{-1 - (-5)} \Leftrightarrow \frac{4 - (-3)}{4} = \frac{-3 - f(-5)}{4} \Leftrightarrow f(-5) = -10.$$

Задание 16.

Найдите значение выражения
$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\beta + 3\pi)}$$

Решение.

В силу периодичности косинуса $\cos(\beta + 3\pi) = \cos(\beta + \pi)$. Далее используем формулы приведения:

$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\pi + \beta)} = \frac{-3 \cos \beta + \cos \beta}{-\cos \beta} = 2.$$

Ответ: 2.